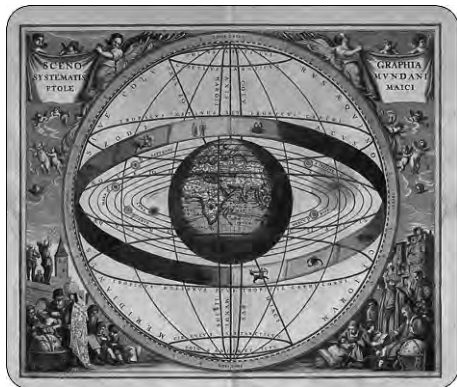


希腊三角学的发展

对没有现代历法的古人来说,要精确计算类似于“日”“年”这样比较长的时间并不是一件简单的事情。不过古人的智慧远远超过了我们的想象,他们通过观察日月星辰的运动来计算时间,发展出了古代天文学,从中又衍生出了数学中一个重要的学科门类——三角学。

三角学是研究三角形三个边和三个角度的特点以及它们之间关系的学科。不过,当时比较重视三角形的边,还没有出现角度的概念,只能通过把圆分割成扇形来计算角度。古人发现,在某一时刻地面上的一根木棒经过太阳照射产生了影子,不管木棒和影子多长,它们的比值相同,而这个比值又和太阳照射的角度有关。同时,古希腊人认为地球是宇宙的中心,日月星辰把地球作为圆心做圆周运动。在相同时间内通过观察太阳和月球运动过的角度,可以计算两者到地球的距离之比。

阿里斯塔克斯是古希腊著名的天文学家,在《论太阳和月亮的大小和距离》的文章中,他写道:当月亮刚好半满的时候,太阳和月亮的视线之间的夹角小于一个圆的一百二十分之一,根据计算,地球到太阳的距离是地球到月亮距离的十八到二十倍之间。尽管我们知道地球不是宇宙的中心,但这种算法无懈可击,完全正确。不过遗憾的是,由于当时测量方法匮乏,阿里斯塔克斯把最开始的数据弄错了,实际上夹角应该是圆的两千一百六十分之一,这也导致了与真实值“约四百倍”相差很大。相较之下,著名数学家和物理学家阿基米德的父亲菲迪亚斯得到十二倍的结果就更不可靠了。



以地球为中心的宇宙体系图

除了天文学,古希腊数学家们发现,三角学的很多规律都可以用在建筑和航海



上。如果要测量一个建筑的高度,可以通过测量木棒和影子的长度间接计算出来;测量海中两个岛屿之间的距离,也可以使用相似的关系进行计算。古希腊的数学家泰勒斯游历到古埃及,法老向他炫耀金字塔的同时也不忘记揶揄这个学者,让他快速地测量出金字塔的高度,泰勒斯通过一根木棒利用三角学很快地计算出金字塔的高度,这让法老大为惊讶。

在古希腊后期,三角学诞生的准备工作由希波克拉底和梅涅劳斯相继完成。希波克拉底根据扇形弧长和弦长的比值整理出世界上第一个三角函数表,而梅涅劳斯也完成了世界上公认的第一部三角学著作,平面几何中也有用梅涅劳斯命名的定理。三角学诞生的临门一脚是著名数学家、天文学家托勒密完成的。托勒密总结了前人的成果,把角度作为一个单独的数学符号提取出来,形成我们现在使用的角度,从此,三角学就在数学史上宣告了它的诞生。

三角学是命运多舛的数学门类,一直都依附着天文学发展,尽管在建筑和航海中使用,但并没有当作数学重视研究,在诞生之时又遭遇到古希腊衰亡的厄运,在后续的一千多年里,三角学没有值得称赞的发展,以致文艺复兴时期欧洲人的三角学知识也没有提高多少,15世纪的哥伦布甚至还用1世纪托勒密的三角学知识去航海到美洲,估计的地球半径少了许多,直到临死前还以为自己到达的是印度。因此,任何知识想要真正成学科,继承和发展是必需的。

小知识

在三角形中,角度的大小会影响边的大小。以直角三角形 ABC 和直角三角形 ADE 为例,我们发现 $\frac{DE}{AD}$ 和 $\frac{BC}{AB}$ 大小相等,这是因为它们在各自的直角三角形中,所对应的角度相同,都为 $\angle A$ 。在直角三角形中,对边与斜边的比例称为正弦,用 \sin 表示,也就是说在这个图形中,有 $\sin A = \frac{DE}{AD}$ 或者 $\frac{BC}{AB}$ 。除了正弦以外,还有余弦、正切、余切、正割和余割等三角函数名称。数学家们根据直角三角形中的三角函数的概念,在平面直角坐标系中引申出了任意角度三角函数的概念。

