

## 初等数论的诞生

人类对数字的认识是从实物中抽象出来的,比如三块石头、七个人等等,所以表示数量的自然数成为数学历史上最早研究的数字,而关于自然数的研究,诞生了数论的基础——初等数论。

在古希腊时期的数学研究中,几何学占有统治地位,但也有一些数学家对初等数论产生兴趣,比如丢番图等,而几何学的集大成者欧几里得也对数论有很大的贡献。

关于自然数,人们开始研究的是它们的组成,比如5可以是1和5相乘,而12既可以写成1和12相乘,又可以写成2和6相乘,还可以写成3和4相乘。在初等数论中,5只有1和它本身作为因子,而12除了1和本身以外,还有别的因子,这两个数是不相同的,于是把类似于5这样的数叫作素数或者质数,把类似于12这样的数叫作合数。进一步,人们还发现,无论给出一个多大的合数,都可以拆成很多质数相乘,而且这种拆分方法是唯一的。

欧几里得作为一个几何学家,博采众家之长是他的工作之一,他不仅要积极地学习关于几何的知识,还要吸收其他数学科目的知识。当他在研究合数拆分问题的时候,突然意识到这个规律似乎是一个藏宝图,如果按照这个规律研究下去,会发现一块巨大的宝藏,欧几里得很兴奋,于是他把这个规律总结成一个定理——算术基本定理。

严格来说,没有经过严谨证明的“定理”并不是真正的定理,只能算是猜想。

虽然这个规律显而易见,但要得到其他数学家认可就一定要有完整无误的证明。而古希腊学术圈中,这种思想更甚,如果没有证明,这种猜想就毫无价值。为了得到其他人的认可,欧几里得只能进一步完善证明。

为了证明这个定理,欧几里得发明了很多证明的方法,比如先否定掉这个定理再找到自相矛盾的反证法,还有如果两个自然数相乘能被另一个质数除尽,这两个自然数中一定至少有一个能被这个质数除尽的欧几里得引理。



另外,欧几里得还由此发展出了很多现在数论中的基础定理,比如辗转相除法——又被称为欧几里得除法等,奠定了他在古希腊数学界的地位。

从此,算数基本定理就诞生了,被更多的数学家接受。

不过,欧几里得看到了这个定理的重要性,却没有预料到这个定理在未来有超乎自己想象的更大的作用。

从算数基本定理衍生出整个初等数论的知识体系,而人们越来越发现初等数论已经不足以研究质数的结构了,于是又发展出代数数论、解析数论等学科。其中最有名的就是德国数学家哥德巴赫给瑞士数学家欧拉信中提到的“哥德巴赫猜想”。

算数基本定理好像是一个巨大毛线球中的线头,它深刻地捕捉到了数论知识体系中的源头和基础,从这个源头按图索骥就能拆解整个数论。在任何一个学科中都有这样的源头,千百年来,几乎每个科学家都希望自己第一个发现这样的源头和基础,从而名垂青史受到后续研究者的顶礼膜拜。不过想要有如此成就非常艰难,只有天才的头脑和精准的洞察力是远远不够的,更重要的是要有好的运气。试想一下,如果欧几里得没有得到命运女神的垂青,没有接触到这个规律,他也不会

有在几何学以外的成就。

#### 小知识

在初等数论中,有很多看似简单却难以证明的问题。在数字中,如果一个数恰好等于它的除了本身以外的因子之和,那么这种数叫作完全数。第一个完全数是6,因为6的非本身因子有1、2和3,这三个数相加为6。数学家们现在仍然无法证明是否有完全数是奇数。